

Tentamen ProgrammaCorrectheid

4 maart 2002

10.00 – 13.00 uur; WSN 20

■ Opgave 1

Laat gegeven zijn:

CONST

$n \in \text{INTEGER} ; \{n > 0\}$
 $a \in \text{ARRAY } [0 \dots n) \text{ OF } \text{INTEGER} ;$

Binnen deze context wordt voor $0 \leq x \leq n$ de functie F gedefinieerd door

$$F(x) = (\text{MAX } j : 0 \leq j < x : a[j])$$

- Leidt recurrente betrekkingen af voor $F(x)$.


Bekijk de rest van de specificatie:

VAR

$k : \text{INTEGER} ;$
 $\{P : \text{TRUE}\}$
 $S;$
 $\{Q : k = (\text{MIN } i : 0 \leq i < n \wedge a[i] = F(n)) : i\}$

- Herschrijf de postconditie Q naar een vorm waarin de MIN -kwantor niet meer voorkomt.
- Geef een geannoteerd commando S dat aan de specificatie voldoet.
Introduceer daartoe een variabele p en maak gebruik van de invariant:

$$J : 0 \leq k < p \leq n \wedge a[k] = F(p) \wedge (\forall t : 0 \leq t < k : a[t] < a[k]) \\ \wedge (\forall t : k \leq t < p : a[t] \leq a[k])$$

lees verder 

■ Opgave 2

Gegeven: een functie $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ die ascending is in beide coördinaten en de specificatie

```
CONST
  n ∈ INTEGER ; {n ≥ 0}
VAR
  z : INTEGER ;
  {P : Z = (#i, j : 0 ≤ i < n ∧ 0 ≤ j < i2 : f(i, j) ≥ 0)}
T;
  {Q : z = Z}
```

- Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie.
- Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- Geef een implementatie van het commando T . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

■ Opgave 3

De functie $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ is gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{voor } x \leq 0 \\ 1 + f(x - f(x - 1)) & \text{voor } x > 0 \end{cases}$$

en de specificatie van de procedure *Berf* wordt gegeven door

```
PROCEDURE Berf (n : INTEGER ; VAR y : INTEGER);
  { all Y ∈ INTEGER :
  : pre f(n) = Y
  , post y = Y > 0 } ;
```

Geef een implementatie voor *Berf* en bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daartoe expliciet de inductiehypothese en de bewijsverplichting bij deze procedure.

➤ einde